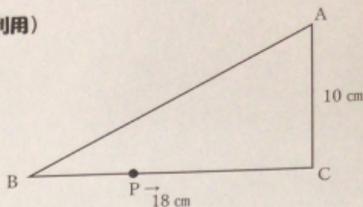


### テスト対策 (一次関数の利用)

1. 右の図の△ABCは直角三角形です。点PはBを出発し、辺BC, CA上を通り、Aまで毎秒2cmの速さで動きます。点PがBを出発してからx秒後の△ABPの面積をy cm<sup>2</sup>として次の問いに答えなさい。



- (1) 点Pが次のように動くとき、xとyの関係を表す式を答えなさい。また、xの変域を求めなさい。

① BC上を動くとき

② CA上を動くとき

① △ABPを考慮

底辺はBP, 高さはAC 10cm

BP = ACの長さで考慮

BP = 2x, AC = 10 cm

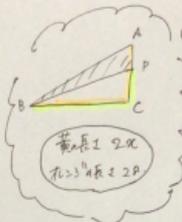
$$y = 2x \times 10 \times \frac{1}{2}$$

$$y = 10x$$

BC = 18 cm 毎秒2cm移動

(0 ≤ x ≤ 9)  $y = 10x$  (0 ≤ x ≤ 9)

毎秒2cm動く → BP = 2x



② △ABPの底辺はAC, 高さBPを考慮

ACはB → C → Aまで移動

0 ≤ x ≤ 9の時、PはBC上を動く

$$AP = 18 - 2x$$

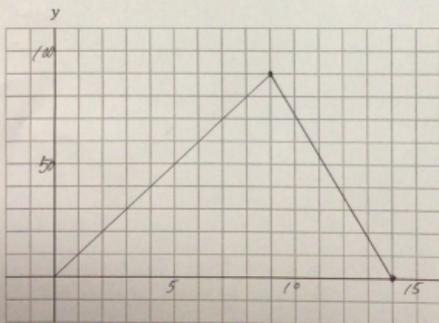
$$BC = 18 \text{ cm}$$

$$y = 9(20 - 2x)$$

$$y = -18x + 252$$

$$\therefore y = -18x + 252 \quad (9 \leq x \leq 14)$$

- (2) 点PがBからAまで動くときのxとyの関係を表すグラフをかきなさい。



一書き込むときはスクショしてから

考慮

① 9秒後(点PがCの到着時)

面積を考慮

$$\text{面積} = 18 \times 10 \times \frac{1}{2} = 90 \text{ cm}^2$$

9秒後(90 cm)に点PがCに到着

② 14秒後(点PがAに到着時)

面積は0 cm<sup>2</sup>

14秒後(0 cm)に点PがAに到着

- (3) 面積が45 cm<sup>2</sup>になるときは点PがBを出発してから何秒後かすべて求めなさい。

(1) ①の式に

$$y = 45 \text{ cm}^2$$

$$\textcircled{1} 45 = 10x$$

$$x = \frac{45}{10}$$

$$= \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{2} 45 = -18x + 252$$

$$18x = 207$$

$$x = \frac{207}{18}$$

$$= \frac{23}{2}$$

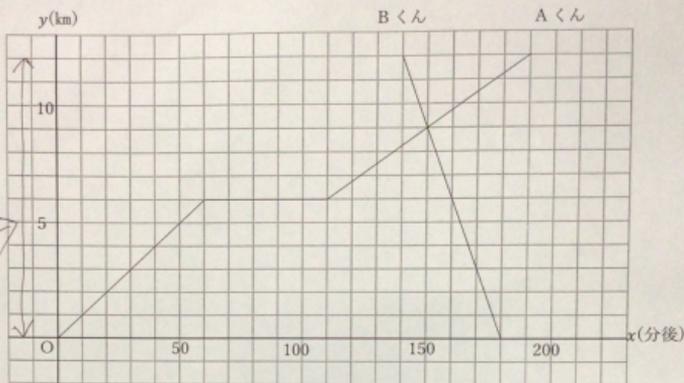
2つの答えは14秒

14秒後

$$\frac{9}{2}, \frac{23}{2} \text{ 秒後}$$

よって

2. A さんと B さんがお互いの家へ歩いて行くことにしました。A さんは家を出発してから途中にある本屋に寄ってから B さんの家まで行きました。B さんは A さんの家まで寄り道をせず向かいました。そのときのようすをグラフに表すと下のようになりました。A さんが家を出てから  $x$  分後に  $y$  km 進んだとして、次の問いに答えなさい。



- (1) A さんと B さんの家は何km離れているか答えなさい。

ここを見ればわかる  $12\text{km}$

- (2) A さんが本屋による前と後ではどちらが速く歩いているか答えなさい。

$\frac{1}{2}$  前  $10/60 = 1/6 \text{ km/分}$   
 $\frac{2}{3}$  後  $40/60 = 2/3 \text{ km/分}$

よって 前  $\rightarrow$

- (3) A さんの本屋による前と後の式をそれぞれ求めなさい。

前  $10/60 = 1/6 \text{ km/分}$   
 後  $40/60 = 2/3 \text{ km/分}$

代戻しは  $\frac{1}{6}$   
 よって  $y = \frac{1}{6}x$

代戻しは  $\frac{2}{3}$  よって  $y = \frac{2}{3}x + b$  ①  
 かつ  $(110, 6)$  を代入すると  
 ①の式に代入すると  
 $6 = \frac{2}{3} \cdot 110 + b$   
 $b = 6 - \frac{220}{3} = -\frac{208}{3}$   
 よって  $y = \frac{2}{3}x - \frac{208}{3}$

- (4) B さんの式を求めなさい。

グラフより  $10/60 = 1/6 \text{ km/分}$   
 代戻しは  $1/6$  よって  $y = \frac{1}{6}x + b$   
 かつ  $(150, 10)$  を代入すると  
 $10 = \frac{1}{6} \cdot 150 + b$   
 $b = 10 - 25 = -15$   
 よって  $y = \frac{1}{6}x - 15$

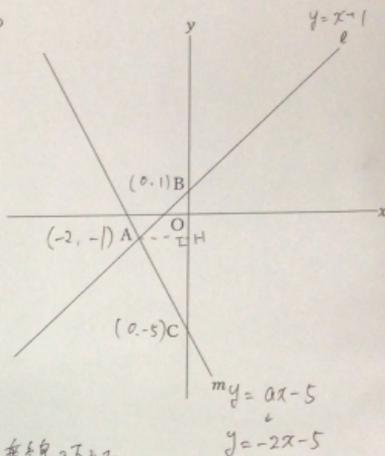
- (5) A さんと B さんが出会うのは A さんが出発してから何分後か求めなさい。また、B さんの家から何 km 地点か求めなさい。

グラフより  $(50, 9)$  が交点である。  
 150分後 B さん。B さん家の方向に10。  
 $12 - 9 = 3$  である。  
 150分後、3km地点

87 99  
 Aさん式  
 $y = \frac{1}{6}x - 15$   
 Bさん式  
 $y = \frac{2}{3}x - \frac{208}{3}$

2元2式を連立して解いても  
 答えは出ます。  
 グラフより読み取れないときは  
 連立2式を解いて。

3. 右の図のような、 $y = x + 1$  のグラフと  $y = ax - 5$  のグラフをそれぞれ  $\ell, m$  とする。 $\ell$  と  $m$  の交点を  $A$ 、 $\ell$  と  $y$  軸との交点を  $B$ 、 $m$  と  $y$  軸との交点を  $C$  とし、 $A$  の  $x$  座標は  $-2$  である。そのとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $a$  の値を求めなさい。  
 (2)  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。  
 (3) 点  $A$  を通り、 $\triangle ABC$  を二等分する式を求めなさい。

(1)  $A$  の  $x$  座標を代入

$x$  座標は  $-2$  とする

$\ell$  の式に代入すると

$$y = x + 1$$

$$y = -2 + 1$$

$$y = -1 \quad \text{となる}$$

$A$  の  $y$  座標は  $-1$

$A(-2, -1)$  を  $m$  の式に

代入すると

$$y = ax - 5$$

$$-1 = -2a - 5$$

$$2a = -4$$

$$a = -2 \quad \underline{y = -2x - 5}$$

(2)  $A$  から  $y$  軸に垂線を下すと

交点を  $H$  とする

$\triangle ABC$  の底辺は  $BC$ 、高は  $AH$

と考える

$BC = 6$ 、 $AH = 2$  とわかる

$$6 \times 2 \times \frac{1}{2} = 6 \quad \underline{5.76}$$

(3) 面積を二等分する直線を

底辺  $BC$  を二等分する直線

$BC$  の中点を考える

中点の座標は  $(0, -2)$  とわかる

$A(-2, -1)$  と  $(0, -2)$  を通る直線を考える

$(-2, -1)$  と  $(0, -2)$  の中点を  $(-1, -1.5)$  とし、 $y$  軸に垂直な直線を引く

$(0, -2)$  を通る直線  $BC$  の中点は  $(-1, -1.5)$  とわかる

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x - 2$$

4. 次の問いに答えなさい。

(1) 一次関数  $y = ax - 1$  ( $a > 0$ ) において  $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 4$  のとき、 $y$  の変域は  $b \leq y \leq 5$  である。このときの  $a, b$  の値を求めなさい。

$a > 0$  だと

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ b \leq y \leq 5 \end{cases}$$

2点  $(-2, b)$   $(4, 5)$  を通る直線。  
 式は  $(4, 5)$  に  $y = ax - 1 = 4a - 1$  が入り  
 $5 = 4a - 1$   
 $-4a = -6$   
 $a = \frac{3}{2}$  と出る。  
 $y = \frac{3}{2}x - 1$  とする。

$(-2, b)$  を代入すると  
 $b = -3 - 1$   
 $b = -4$  と出る。

$$a = \frac{3}{2}, b = -4$$

解説を見よう

(2) 一次関数  $y = ax + 3$  ( $a < 0$ ) において、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 4$  のとき、 $y$  の変域は  $-2 \leq y \leq 8$  である。このときの  $a$  の値を求めなさい。

$a < 0$  だと

$$\begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ -2 \leq y \leq 8 \end{cases}$$

2点  $(-4, 8)$   $(4, -2)$  を通る直線。  
 斜率。  
 $(-4, 8)$   $(4, -2)$  より  
 $\frac{-10}{8} = a$   
 $-\frac{10}{8} = a$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

$$\frac{-10}{8} = a$$

(3)  $a < 0$  のとき、一次関数  $y = ax + b$  において、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域が  $0 \leq y \leq 1$  となるような定数  $a, b$  の値を求めなさい。

$a < 0$  だと

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

$(-1, 1)$   $(3, 0)$  を通る。  
 $y = ax + b$  とする  
 $1 = -a + b$  ①  
 $0 = 3a + b$  ②  
 と出る。

①×②で連立1変式に解く。  
 $1 = -a + b$   
 $-1 \cdot 0 = 3a + b$   
 $1 = -4a$   
 $a = -\frac{1}{4}$   
 $1 = -(-\frac{1}{4}) + b$   
 $b = \frac{3}{4}$   
 $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$

(4) 3直線  $y = 3x + 10$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ,  $y = ax - 4$  が1点で交わる時、定数  $a$  の値を求めなさい。

式  $y = 3x + 10$  と  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  の交点を求める。

$$\begin{aligned} 3x + 10 &= -\frac{1}{2}x + 3 \\ 6x + 20 &= -x + 6 \\ 7x &= -14 \\ x &= -2 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

交点の座標は  $(-2, 4)$  と  
 代入。  
 $4 = a(-2) - 4$   
 $4 = -2a - 4$   
 $8 = -2a$   
 $a = -4$  と出る。

連立1変式に解く  
 (も共通して)

$$a = -4$$