課題　文字式を使って説明しよう（易）	／　（　）

進取問題

（1）

（2）

問1　連続する５つの整数の和は５の倍数になる。その理由を文字式を使って説明しなさい。

連続する５つの整数のうち、もっとも小さい数を n とすると、

連続する５つの整数は、n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$

と表される。これらの和は、$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10$

$=5(n+2)$

$n+2$ は整数だから、$5(n+2)$ は５の倍数である。

したがって、連続する整数の和は、５の倍数である。

問2　偶数と偶数の和は偶数である。その理由を文字式を使って説明しなさい。

m，n を整数とすると、２つの偶数は $2m$，$2n$ と表される。

これらの和は、$2m+2n=2(m+n)$

$m+n$ は整数だから、$2(m+n)$ は偶数である。

問3　2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れ替えた自然数との差は9の倍数になる。

その理由を文字式を使って説明しなさい。

2けたの自然数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると、この数は $10a+b$ と表される。

また、十の位の数と一の位の数を入れ替えてできる数は、$10b+a$ と表される。

これらの差は、$(10a+b)-(10b+a)$ $= 9a-9b$

$= 9(a-b)$

$a-b$ は整数だから、$9(a-b)$ は9の倍数である。

したがって、2けたの自然数と、その自然数の十の位と一の位を入れ替えた自然数との差は9の倍数である。

課題　文字式を使って説明しよう（中）

／　（　）

進取問題

（1）

（2）

問1　連続する3つの奇数でもっとも小さい奇数ともっとも大きい奇数の和は、中央の2倍の奇数になる。その理由を文字式を使って説明しなさい。

n を整数として、連続する3つの奇数のうちいちばん小さい奇数を $2n+1$ とするとき、連続する3つの奇数は順に、$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$ となる。

このうち、もっとも小さい奇数ともっとも大きい奇数の和を計算すると、

$$(2n+1)+(2n+5) = 4n+6$$

$$= 2(2n+3)$$

したがって、連続する3つの奇数で、もっとも小さい奇数ともっとも大きい奇数の和は、中央の奇数の2倍になる。

問2　3の倍数どうしの和は、3の倍数である。その理由を文字式を使って説明しなさい。

m，n を整数とすると、3の倍数は、$3m$，$3n$ と表される。

このとき、2数の和は、$3m+3n = 3(m+n)$

$m+n$ は整数だから、$3(m+n)$ は3の倍数である。

つまり、3の倍数どうしの和は、3の倍数になる。

問3　各位の数の和が9の倍数である3けたの整数は9の倍数である。その理由を文字式を使って説明しなさい。

百の位、十の位、一の位の数を順にx, y, z とすると、3けたの整数は、

$100x+10y+z$ と表される。また$x+y+z$ は 9 の倍数だから、a を整数とすると、$x+y+z=$ 9 a と表される。

したがって、$100x+10y+z=$ 99 $x+$ 9 $y+(x+y+z)$

$= $ 99 $x+$ 9 $y+$ 9 a

$= $ 9 $(11x+y+a)$

$11x+y+a$ は整数だから、$9(11x+y+a)$ は9の倍数である。

したがって、各位の数の和が9の倍数である3けたの整数は9の倍数である。

課題 文字式を使って説明しよう（難）	／　（　）

進取問題

（1）

（2）

問1 奇数と奇数の和は偶数である。その理由を文字式を使って説明しなさい。

n, m を整数とすると、2つの奇数は $2n+1$, $2m-1$ と表される。

これらの和は、$(2n+1)+(2m-1) = 2n+2m$

$= 2(n+m)$

$n+m$ は整数だから、$2(n+m)$ は偶数である。

よって奇数と奇数の和は偶数である

問2 右の図のように偶数を2から順に6個ずつ並べ、縦、横，2個ずつの数を線で囲む。囲まれた4個の数を小さい順に a, b, c, d とするとき、枠をどこに囲んでも $a+b+c+d$ は4の倍数になることを説明しなさい。

2	4	6	8	10	12
14	16	18	20	22	24
26	28	30	32	34	36
38	40	42	44	46	48
			⋮		

b, c, d をそれぞれ a を使って表すと、$b=a+2$, $c=a+12$

$d=a+14$ と表されるから

$a+b+c+d = a+(a+2)+(a+12)+(a+14)$

$= 4a+28$

$= 4(a+7)$

$a+7$ は整数なので、$4(a+7)$ は4の倍数である。

よって $a+b+c+d$ は4の倍数である。

問3 底面の半径が r で、高さが h の円柱があり、この円柱の底面の半径を2倍にし、高さを半分にすると、体積はもとの円柱の体積の2倍になる。その理由を文字式を使って説明しなさい。

はじめの円柱の体積は $\pi r^2 h$ と表される。
半径を2倍にし、高さを半分にした円柱の体積は、
$\pi \times (2r)^2 \times \frac{1}{2} \times h = 2\pi r^2 h$ と表される。

$2\pi r^2 h \div \pi r^2 h = 2$

よって 体積は 2倍になる。

問4 連続した2数の平方の差は、その2数の和に等しい。その理由を文字式を使って説明しなさい。

※$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$

n を整数とすると、連続した2数は、n, $n+1$ と表される。
2数の平方は n^2, $(n+1)^2$ となり、その差は $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2$
$= 2n + 1$

2数の和は $n + (n+1) = 2n + 1$

よって 連続した2数の平方の差は、その2数の和に等しい。